

Simulasi Antrian Satu *Channel* Dengan Tipe Kedatangan Berkelompok

Alvi Syahrini Utami

Jurusan Teknik Informatika
Fakultas Ilmu Komputer
Universitas Sriwijaya
alvi_syahrini@ilkom.unsri.ac.id

Abstrak

Masalah antrian tidak hanya terjadi dalam kegiatan sehari – hari namun juga dapat terjadi pada suatu sistem komputer. Antrian yang akan dibahas memiliki sebuah server dengan satu garis antrian yang melayani unit dalam antrian satu per satu dengan tipe kedatangan berkelompok. Pola kedatangan pada antrian ini berdistribusi Poisson dan pola pelayanan berdistribusi Eksponensial dengan disiplin antrian FIFO (First In First Out). Untuk mengamati perilaku sistem antrian digunakan simulasi yang akan dijalankan dengan memberikan input yang berbeda-beda dan akan mempengaruhi output sistem. Dari hasil simulasi diharapkan dapat diketahui karakteristik sistem antrian terutama probabilitas kesibukan server sehingga dapat dijadikan landasan untuk pengambilan keputusan terhadap sistem antrian yang diamati.

Kata kunci : *antrian, kedatangan berkelompok, simulasi*

Abstract

Queuing problem is not about a daily problem only but it can also happen in a computer system. Queuing discussed in this study has a server with one waiting line that serves customer one by one. Arrival pattern in this queue is Poisson distribution and the service pattern is Exponential distribution with FIFO (First In First Out) queue discipline. Queuing system applied action is observed by using a simulation that is run by giving different input that will influence the output system. The simulation is aimed to find out the characteristic of queuing system in terms of the server busy probability which can be used as the fundamental consideration in decision making toward the queuing system observed.

Keywords : *queue, batch arrival, simulation*

1. PENDAHULUAN

Antrian tidak hanya terjadi pada kegiatan sehari – hari, tetapi juga terjadi pada suatu sistem komputer. Pada suatu sistem komputer, antrian terutama terjadi pada suatu sistem multiprogramming dimana banyak program yang dijalankan oleh

satu CPU sehingga program – program yang harus dijalankan harus mengantri terlebih dahulu sesuai dengan aturan yang ada dalam antrian. Selain itu antrian juga dapat terjadi pada suatu sistem jaringan komputer dimana komputer –

komputer *client* mengantri untuk memperoleh layanan dari server.

Antrian adalah sebuah aktifitas dimana customer menunggu untuk memperoleh layanan (Kakiy, 2004). Antrian terjadi karena terbatasnya sumber daya pelayanan yang pada kenyataannya disebabkan karena adanya faktor ekonomi yang membatasi yang selalu terkait dengan berapa jumlah server yang harus disediakan. Sistem antrian adalah kumpulan customer, server beserta aturan yang mengatur kedatangan para customer dan pemrosesan masalahnya. Salah satu komponen dari sistem antrian adalah pola kedatangan customer. Tipe kedatangan dapat berupa one-at-a-time yaitu seorang customer datang pada satu waktu, dan sekelompok customer yang datang bersamaan pada satu waktu (*batch arrival*).

Untuk pola kedatangan berkelompok (*batch arrival*), diharapkan server mampu mengakomodasi jumlah antrian unit yang masuk ke antrian dalam jumlah yang lebih dari satu dalam waktu yang bersamaan. Sehingga dengan satu buah server unit tidak menunggu terlalu lama

Penyelesaian masalah antrian dapat dilakukan dengan metode analitik atau teori antrian yang telah memiliki formula yang telah ditetapkan. Tetapi untuk masalah yang terlalu kompleks diperlukan suatu pemodelan dan simulasi untuk menganalisa sistem sehingga dapat diketahui bagaimana tingkah laku sistem yang melibatkan peristiwa batch arrival (Gupta and Hira, 2003). Selain itu juga diamati beberapa besaran seperti waktu tunggu, waktu antar kedatangan dan utilisasi pelayanan.

Dalam simulasi, digunakan suatu program komputer untuk mengevaluasi sebuah model dan pengumpulan data dilakukan untuk memperkirakan karakteristik sebenarnya dari model yang diinginkan. Untuk model yang dapat diselesaikan secara analitik, simulasi

dapat digunakan untuk membandingkan bagaimana hasil yang didapat melalui simulasi dengan penyelesaian yang diperoleh melalui metode analitik.

2. STRUKTUR SISTEM ANTRIAN

Dalam mempelajari suatu sistem antrian, perlu untuk diketahui struktur sistem antrian tersebut. Struktur suatu sistem antrian terdiri dari jumlah server yang melayani, pola kedatangan, pola pelayanan, dan disiplin antrian (winston).

2.1 Jumlah Server

Berdasarkan jumlah server, antrian dapat dibagi :

1. Antrian Single Channel

Antrian single channel adalah antrian yang hanya terdiri dari satu server yang melayani unit yang datang ke dalam suatu sistem antrian. Apabila server sedang sibuk, maka unit yang datang harus menunggu dengan membentuk satu garis tunggu sampai tiba gilirannya.

2. Antrian Multiple Channel

Antrian multiple channel adalah dua atau lebih service channel yang diasumsikan identik dalam hal kemampuan layanan. Pada sistem multiple channel, unit – unit yang datang menunggu dalam satu garis antrian untuk kemudian bergerak menuju server yang kosong untuk dilayani.

2.2 Pola Kedatangan

Pola kedatangan pada suatu sistem antrian dapat direpresentasikan oleh waktu antar kedatangan yang merupakan suatu periode waktu antara dua kedatangan yang berurutan. Kedatangan customer dalam sistem antrian dapat dipisahkan oleh interval kedatangan yang sama ataupun tidak sama yang probabilitasnya diketahui yang disebut juga kedatangan acak.

Laju dimana customer datang dalam suatu antrian untuk dilayani merupakan jumlah customer yang datang per unit waktu, disebut juga laju kedatangan. Jika kedatangan bersifat acak, harus diketahui distribusi probabilitas yang mencerminkan kedatangan terutama waktu antar kedatangan.

2.3 Pola Pelayanan

Pola pelayanan pada suatu sistem antrian juga mencerminkan pola bagaimana sejumlah customer meninggalkan sistem. Departure (keberangkatan) juga dapat direpresentasikan oleh waktu pelayanan yang merupakan waktu antar departure. Waktu pelayanan dapat berupa waktu pelayanan konstan ataupun variabel yang diketahui bahkan acak yang merupakan variabel yang diketahui probabilitasnya. Jika waktu pelayanan terdistribusi secara acak, harus dicari distribusi probabilitas yang paling baik dalam mendeskripsikan tingkah laku layanan.

Laju dimana suatu service channel dapat melayani customer adalah jumlah customer yang dilayani per unit waktu yang disebut laju pelayanan. Dengan asumsi service channel selalu dalam keadaan sibuk sehingga tidak ada waktu idle dari service channel yang diperkenankan. Nilai rata – rata dari laju kedatangan direpresentasikan oleh μ .

2.4 Disiplin Antrian

Disiplin antrian adalah aturan bagaimana urutan pelayanan yang diberikan terhadap unit berikutnya yang ada dalam antrian ketika server menganggur. Disiplin antrian dapat berupa :

1. FCFS (First Come First Served) yang artinya unit yang datang lebih dahulu akan dilayani terlebih dahulu.
2. LCFS (Last Come First Served) yang artinya unit yang datang paling akhir akan dilayani terlebih dahulu.
3. SRO (Service in Random Order) yaitu pelayanan yang diberikan terhadap unit adalah acak.

4. SPT (Shortest Processing Time) yaitu unit yang dilayani terlebih dahulu adalah unit yang memiliki process time terpendek.

3. KEDATANGAN DAN PELAYANAN

3.1 Distribusi Waktu Kedatangan

Suatu proses kedatangan dalam suatu sistem antrian artinya menentukan distribusi probabilitas untuk jumlah kedatangan untuk suatu periode waktu (Winston). Pada kebanyakan sistem antrian, suatu proses kedatangan terjadi secara acak dan independent terhadap proses kedatangan lainnya, dan tidak dapat diprediksi kapan suatu kedatangan akan terjadi. Dalam hal ini, distribusi probabilitas poisson menyediakan deskripsi yang cukup baik untuk suatu pola kedatangan. Suatu fungsi probabilitas Poisson menyediakan probabilitas untuk suatu x kedatangan pada suatu periode waktu yang spesifik dan membentuk fungsi probabilitas sebagai berikut :

$$P(x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!} \quad \text{untuk } x = 0,1,2,\dots$$

dimana

x = jumlah kedatangan per periode waktu

λ = rata – rata jumlah kedatangan per periode waktu

e = 2.71828

3.2 Distribusi Waktu Pelayanan

Waktu layanan adalah waktu yang dihabiskan seorang unit pada fasilitas layanan ketika layanan dimulai (Winston). Waktu layanan antara seorang unit dengan unit lainnya biasanya tidak konstan. Distribusi probabilitas untuk waktu layanan biasanya mengikuti distribusi probabilitas eksponensial yang

formulanya dapat memberikan informasi yang berguna mengenai operasi yang terjadi pada suatu antrian. Dengan menggunakan distribusi probabilitas eksponensial, probabilitas dimana waktu layanan akan lebih kecil atau sama dengan waktu t adalah

$$P(\text{waktu layanan} \leq t) = 1 - e^{-\mu t}$$

Dimana

μ = rata-rata jumlah unit yang dapat dilayani per satu periode waktu

$$e = 2.271828$$

3.3 Hubungan antara Distribusi Poisson dan Distribusi Eksponensial

Untuk melihat hubungan antara distribusi Poisson dengan distribusi Eksponensial dapat kembali dilihat dari peluang distribusi Poisson

$$f(x) = \Pr[X = x] = \left[\frac{(\lambda t)^x}{x!} \right] e^{-\lambda t} \quad (2.1)$$

dimana λ adalah rerata kedatangan dan t adalah periode waktu.

Didefinisikan T sebagai waktu suatu kejadian, diperoleh

$$F(t) = \Pr(T \leq t) \quad (2.2)$$

ini sama dengan

$$F(t) = \Pr[T \leq t] = 1 - \Pr[T > t] \quad (2.3)$$

dimana

$$\begin{aligned} \Pr[T > t] &= \Pr[x = 0] = \left[\frac{(\lambda t)^0}{0!} \right] e^{-\lambda t} \\ &= e^{-\lambda t} \end{aligned} \quad (2.4)$$

Selanjutnya disubstitusikan ke hasil $\Pr(T > t)$ dalam persamaan (2.3) dan diperoleh $F(t) = 1 - e^{-\lambda t}$ yang merupakan fungsi distribusi Eksponensial.

3.4 Sifat Memoryless Distribusi Eksponensial

Memoryless berarti banyaknya hasil yang terjadi dalam suatu selang waktu atau daerah tertentu tidak terpengaruh oleh (bebas dari) apa yang terjadi pada selang waktu atau daerah lain yang terpisah (Gellenbe and Pujolle, 1999).

$$\Pr(x \leq T + t | x > T) = \Pr(x \leq t)$$

Hanya ada dua distribusi yang memiliki sifat memoryless yaitu distribusi eksponensial (kontinu) dan distribusi Geometri (diskret). Berikut bukti sifat memoryless distribusi eksponensial.

$$\begin{aligned} \Pr(x \leq T + t | x > T) &= \frac{\Pr[(x \leq T + t) \cap (x > T)]}{\Pr(x > T)} \\ &= \frac{\Pr[(x \leq T + t) - \Pr(x \leq T)]}{\Pr(x > T)} \\ &= \frac{(1 - e^{-\lambda(T+t)}) - (1 - e^{-\lambda T})}{1 - (1 - e^{-\lambda T})} \\ &= \frac{e^{-\lambda T} (1 - e^{-\lambda t})}{e^{-\lambda T}} \\ &= 1 - e^{-\lambda t} \\ &= \Pr(x \leq t) \end{aligned}$$

3.5 Pola Kedatangan Berkelompok

Pola kedatangan pada suatu sistem antrian dapat berupa *batch arrival* yaitu kedatangan sekelompok orang pada satu waktu secara bersamaan (Gellenbe and Pujolle, 1999). Untuk antrian yang memiliki pola kedatangan berkelompok, kedatangan yang terjadi mengikuti proses Poisson dengan rata-rata L , tetapi setiap kedatangan tidak hanya terdiri dari satu

unit tetapi sejumlah unit yang datang bersamaan dalam jumlah yang acak. Dalam hal ini terdapat sebuah server yang memiliki waktu layanan yang berdistribusi eksponensial.

Misal α_j dengan $j \geq 1$ adalah probabilitas kedatangan kelompok yang terdiri dari sejumlah j unit, dan N adalah variabel acak yang menyatakan ukuran sebuah kelompok sehingga $P[N = j] = \alpha_j$. Berdasarkan hal tersebut, masing – masing kedatangan berkelompok akan memiliki probabilitas yang berbeda – beda sesuai dengan distribusinya tetapi tidak menutup kemungkinan dua kelompok yang berbeda akan memiliki probabilitas yang sama.

Sedangkan untuk waktu tunggu unit merupakan jumlah waktu layanan terhadap unit – unit yang datang sebelumnya dan waktu tunggu di dalam kelompoknya.

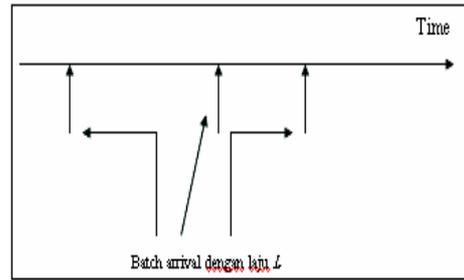
Dari informasi di atas, dapat dibuat suatu pernyataan yang lebih tepat. Jika $X(t)$ adalah jumlah total unit yang datang pada waktu t , dan jika B_i adalah jumlah unit dalam kelompok ke- i , maka $X(t)$ diperoleh dengan

$$X(t) = \sum_{i=1}^{N(t)} B_i \quad \text{untuk } t \geq 0$$

Pada tipe kedatangan berkelompok (*batch arrival*), jumlah kedatangan unit dalam satu kali kedatangan merupakan variabel acak positif X , yang dapat dituliskan sebagai :

$$P(X = x) = C_x$$

Sistem tersebut merupakan Markovian karena kejadian yang akan datang tergantung pada situasi sekarang. Dimana $C_x = \lambda_x / \lambda$, jika λ_x adalah laju kedatangan suatu kelompok unit yang terdiri dari x unit



Gambar 1. Proses kedatangan batch arrival

4. SIMULASI MODEL ANTRIAN

Simulasi model antrian termasuk ke dalam model simulasi dinamis karena pada model simulasi suatu sistem antrian dimana keadaan sistem, termasuk jumlah unit dalam antrian dan apakah fasilitas layanan sedang sibuk atau idle, akan berubah atau berkembang dari waktu ke waktu (Law and Kelton, 1991). Simulasi model antrian termasuk dalam simulasi discrete – event yang berkaitan dengan permodelan sistem stokastik yang berubah dari waktu ke waktu melalui sebuah representasi dimana variabel keadaan berubah hanya pada titik – titik diskrit dalam waktu.

Untuk mensimulasikan suatu sistem antrian, pertama harus didefinisikan dahulu keadaan sistem dan dipahami konsep tentang events dan clock time. Event didefinisikan sebagai situasi yang menyebabkan keadaan sistem berubah secara cepat. Pada model antrian dengan single server, hanya dua event yang mungkin dapat merubah keadaan sistem : kedatangan ke dalam sistem dan keberangkatan dari sistem pada saat penyelesaian layanan. Dalam simulasi, event – event ini akan dijadwalkan untuk menentukan titik tertentu dalam waktu. Waktu dalam simulasi di atur menggunakan sebuah variabel yang disebut clock time.

Pada simulasi model antrian dengan single server, waktu antar kedatangan t_1, t_2, \dots adalah independen yang artinya

suatu kedatangan tidak mempengaruhi kedatangan lainnya. Sebuah unit yang datang pada saat server dalam keadaan menganggur langsung dapat menerima layanan segera, dan waktu layanan s_1, s_2, \dots untuk unit berikutnya merupakan variabel acak yang terdistribusi secara identik yang independent terhadap waktu antar kedatangan. Sedangkan unit yang datang pada saat server dalam keadaan sibuk akan bergabung dalam antrian. Setelah menyelesaikan layanan untuk seorang unit, server kemudian memilih unit yang berada di dalam antrian (jika ada) dengan aturan first-in first-out (FIFO).

Simulasi dimulai pada keadaan "empty-and-idle" yang berarti tidak ada unit di dalam sistem dan server dalam keadaan menganggur (Render and Stair). Pada waktu 0, ditunggu kedatangan untuk unit pertama yang terjadi setelah waktu antar kedatangan t_1 . Simulasi akan berakhir sampai unit ke n telah menyelesaikan waktu tungguannya dalam antrian dimana unit ke n memasuki layanan. Jadi waktu dimana simulasi berakhir adalah suatu variabel acak yang tergantung pada nilai yang diamati untuk variabel acak waktu antar kedatangan dan waktu layanan.

Untuk melihat performansi sistem, dilihat dari seberapa sibuk server dengan menghitung utilisasi server selama simulasi berlangsung (dari waktu 0 sampai t_n) dimana server dalam keadaan sibuk.

5. SIMULASI ANTRIAN SATU CHANNEL DENGAN TIPE KEDATANGAN BERKELOMPOK

Simulasi dilakukan dengan membatasi jumlah elemen atau unit dalam kelompok pada setiap kedatangan maksimal 8 unit. Kelompok – kelompok yang datang ke sistem memiliki probabilitasnya masing – masing. Jumlah probabilitas kelompok – kelompok yang datang harus sama dengan 1. Berdasarkan hal tersebut, masing – masing kedatangan berkelompok akan memiliki probabilitas

yang berbeda – beda tetapi tidak menutup kemungkinan ada dua kelompok yang berbeda atau lebih memiliki probabilitas yang sama.

Pada hasil simulasi digunakan notasi sebagai berikut :

D	= durasi
P_k	= Probabilitas Server Kosong
P_s	= Probabilitas Server Sibuk
J	= Jumlah Unit yang datang
L_k	= Laju Kedatangan
L_p	= Laju Pelayanan

5.1 Simulasi dengan durasi berbeda

Simulasi dijalankan berulang kali dengan durasi yang berbeda – beda untuk suatu komposisi probabilitas yang sama. Sedangkan input laju kedatangan dan laju pelayanan tetap dengan syarat :

$$\lambda E[N] < \frac{1}{E[S]}$$

dimana

L	= laju kedatangan
$E[N]$	= ekspektasi jumlah customer dalam satu kelompok
$\frac{1}{E[S]}$	= laju pelayanan

Kemudian untuk masing – masing durasi dilihat bagaimana karakteristik antrian yang dihasilkan. Hasil simulasi ditunjukkan pada tabel berikut :

Dengan $P(1) = 0.05, P(2) = 0.05, P(3) = 0.03, P(4) = 0.02, P(5) = 0.2, P(6) = 0.4, P(7) = 0.2, P(8) = 0.05$, laju kedatangan = 3, dan laju pelayanan = 17

Tabel 1. Hasil simulasi

D (jam)	P_k	P_s	J
1	0.10	0.90	889
2	0.07	0.93	1681
3	0.03	0.97	2588
4	0.07	0.93	3326
5	0.09	0.91	4886

Dari hasil simulasi dapat dilihat bahwa probabilitas server sibuk paling tinggi terdapat pada durasi selama 3 jam, setelah simulasi dilakukan lebih dari 3 jam terjadi penurunan kemungkinan server sibuk

5.2. Simulasi dengan laju pelayanan berbeda

Selain perubahan durasi, percobaan simulasi juga dilakukan dengan mengubah laju pelayanan dengan komposisi probabilitas yang sama. Berikut hasil data simulasi yang dilakukan dengan mengubah laju pelayanan menjadi semakin besar dengan laju kedatangan sebesar 3 unit per menit selama durasi 4 jam. Berikut hasil simulasi :

dengan $P(1) = 0.05$, $P(2) = 0.05$, $P(3) = 0.03$, $P(4) = 0.02$, $P(5) = 0.2$, $P(6) = 0.4$, $P(7) = 0.2$, $P(8) = 0.05$, laju kedatangan = 3, dan durasi = 4 jam

Tabel 2. Hasil simulasi

L_p (unit per detik)	P_k	P_s	J
18	0.12	0.88	3353
19	0.17	0.83	3251
20	0.23	0.77	3113

Dari hasil simulasi, semakin besar laju pelayanan akan memperkecil probabilitas kesibukan server.

5.3. Simulasi dengan laju kedatangan dan laju pelayanan berbeda

Dengan komposisi probabilitas yang sama pula dilakukan pengujian pada laju kedatangan yang berbeda, tetapi dengan berubahnya laju kedatangan maka laju pelayanan juga akan berubah karena besarnya laju pelayanan terpengaruh oleh besarnya laju kedatangan dan komposisi probabilitas kedatangan. Berikut hasil simulasi dengan $P(1) = 0.05$, $P(2) = 0.05$, $P(3) = 0.03$, $P(4) = 0.02$, $P(5) = 0.2$, $P(6) = 0.4$, $P(7) = 0.2$, dan $P(8) = 0.05$

Tabel 3. Hasil simulasi

L_p (unit per detik)	L_p (unit per detik)	P_k	P_s	J
		0.2		1878
1	6	0	0.80	2342
2	12	0.1	0.89	4308
4	23	1	0.93	
		0.0		
		7		

Dari hasil simulasi, semakin besar laju kedatangan akan menyebabkan semakin besar pula probabilitas server sibuk walaupun laju pelayanan juga diperbesar.

6. KESIMPULAN

Dari ketiga simulasi yang telah dilakukan, terdapat suatu hal menarik yang dapat diamati bahwa untuk simulasi dengan durasi yang berbeda – beda akan terjadi suatu kondisi dimana probabilitas kesibukan server paling tinggi pada terjadi saat simulasi dijalankan dengan durasi 3 jam. Apabila simulasi dijalankan dengan durasi lebih dari 3 jam maka akan terjadi penurunan probabilitas kesibukan server. Simulasi juga dapat dijalankan untuk komposisi probabilitas yang lain

dengan laju kedatangan dan pelayanan yang berbeda sehingga dapat diperkirakan kapan waktu tersibuk server. Jika waktu tersibuk server dapat diperkirakan, maka dapat dipersiapkan suatu tindakan terhadap perilaku server menjelang waktu tersebut, misalnya dengan menambah server atau tindakan lainnya.

Selain itu untuk memperkecil probabilitas kesibukan server dapat dilakukan dengan memperbesar laju pelayanan terhadap unit yang datang.

7. DAFTAR PUSTAKA

- Gelenbe, Erol and Pujolle, Guy, 1999. *Introduction to Queueing Networks*, Second Edition, New York: John Wiley and Sons.
- Gupta, Prem Kumar and Hira, D.S, 2003. *Operations Research*, Ram Nagar, New Delhi: S. Chand & Company Ltd.
- Kakiay, Thomas T. 2004. *Dasar Teori Antrian untuk Kehidupan Nyata*, Andi Offset, Yogyakarta
- Law, Avril. M and Kelton, W. David, 1991. *Simulation Modelling and Analysis*, Second Edition, New York: McHraw-Hill, Inc.
- Render, Barry and Stair, Ralph M. Jr, *Quantitative Analysis for Management*, Seventh Edition, New Jersey: Prentice Hall.
- Winston, Wayne L. *Operations Research : Application and Algorithms*, Third Edition, Duxbury Press : An Imprint of Wardsworth Publishing Company, Belmont California.